



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA**

---

**SILABO DEL CURSO DE MEDIDA E INTEGRACIÓN**

**I. DATOS GENERALES**

1.1. Área	:	Estudios de especialidad
1.2. Código	:	ES620
1.3. Requisito	:	Análisis real II
1.4. Ciclo	:	Sexto
1.5. Semestre Académico	:	2022-B
1.6. N° de horas de clase	:	Ocho horas semanales HT: 04 horas/ HP: 04 horas.
1.7. Créditos	:	06
1.8. Docente	:	Dr. Dionicio Orlando Moreno Vega
1.9. Condición	:	Curso obligatorio
1.10. Modalidad	:	Virtual

**II. SUMILLA**

La asignatura de Medida e integración pertenece al área de estudios de especialidad, es de naturaleza teórico-práctico y es de carácter obligatorio. Tiene como propósito desarrollar competencias comunicativas discursivas.

El contenido principal del curso es:  $\sigma$ -álgebra. Medidas. Espacios de medida. Funciones medibles. La integral con respecto a una medida.

**III. COMPETENCIAS A LAS QUE APORTA**

**3.1. COMPETENCIAS GENERALES**

**GG1. Comunicación.**

Transmite información que elabora para difundir conocimientos de su campo profesional, a través de la comunicación oral y escrita, de manera clara y correcta; ejerciendo el derecho de libertad de pensamiento con responsabilidad.

**CG2: Trabaja en equipo**

Trabaja en equipo para el logro de los objetivos planificados, de manera colaborativa; respetando las ideas de los demás y asumiendo los acuerdos y compromisos.

**CG3. Pensamiento crítico**

Resuelve problemas, plantea alternativas y toma decisiones, para el logro de los objetivos propuestos; mediante un análisis reflexivo de situaciones diversas con sentido crítico y autocrítico y asumiendo la responsabilidad de sus actos.

**3.2. Competencias Específicas de las Carrera**

Iniciar a los estudiantes en el estudio y comprensión de las estructuras matemáticas. Capacitar a los estudiantes para las operaciones con la teoría de medida e integración de Lebesgue. Familiarizar al estudiante con el buen manejo de los instrumentos de la integral de Lebesgue a la solución de problemas diversos de la ciencia e ingeniería.

#### IV. COMPETENCIAS DEL CURSO

- Desarrolla habilidades de razonamiento y abstracción de modo deductivo e inductivo en los conceptos y teoremas.
- Desarrolla, innova y participa en proyectos de investigación formativa sobre temas específicos de la asignatura.

#### V. ORGANIZACIÓN DE LAS UNIDADES DE APRENDIZAJE

UNIDAD 1		LOS ELEMENTOS DE MEDIDA DE LEBESGUE		
<b>Logro de Aprendizaje</b>				
1. Reconoce propiedades y características de la integral indefinida. 2. Al finalizar la unidad, el estudiante aplica definiciones y técnicas inmediatas de integración para resolver ejercicios.				
Semana N°	Contenidos	Actividades	Indicadores de logro	Instrumentos de evaluación
1	<b>SESIÓN 1:</b> Volumen de células e intervalos. Medida exterior.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Definición de volumen de intervalos y medida exterior.	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2:</b> Práctica Dirigida	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea
2	<b>SESIÓN 1:</b> $\sigma$ -álgebras, medida sobre $\sigma$ -álgebras, condición de Caratheodory, Teorema de Caratheodory.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Conoce la $\sigma$ -álgebra y Teorema de Caratheodory.	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2:</b> Práctica Dirigida	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea
3	<b>SESIÓN 1:</b> Medida de Lebesgue. Propiedades de conjuntos medibles según Lebesgue.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Reconoce los conjuntos medibles	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2:</b> Práctica Dirigida	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea
4	<b>SESIÓN 1:</b> $\sigma$ -álgebras de Borel. Conjuntos de medida nula. Conjuntos no Borelianos.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Reconoce conjuntos Borelianos y no Borelianos	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2: Primera práctica calificada</b>	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea
5	<b>SESIÓN 1:</b> Aproximación de conjuntos medibles por conjuntos abiertos, cerrados, compactos y por células.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Conoce la teoría de aproximación de conjuntos medibles	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2:</b> Práctica Dirigida	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea

6	<b>SESIÓN 1:</b> Aditividad y no aditividad.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Conoce las condiciones de aditividad.	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2:</b> Práctica Dirigida	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea
7	<b>SESIÓN 1:</b> Conjuntos no medibles.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Sabe cuándo un conjunto es no medibles	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2: Segunda práctica calificada</b>	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea
8	<b>EXAMEN PARCIAL (EP)</b>			
<b>UNIDAD 2</b>	<b>LOS ELEMENTOS DE INTEGRACIÓN</b>			
<b>Logro de Aprendizaje</b>				
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconoce propiedades y características de la integral definida.</li> <li>2. Al finalizar la unidad, el estudiante Maneja propiedades y criterios para poder integrar funciones que modelan problemas geométricos.</li> </ol>				
<b>Semana N°</b>	<b>Contenidos</b>	<b>Actividades</b>	<b>Indicadores de logro</b>	<b>Instrumentos de evaluación</b>
9	<b>SESIÓN 1:</b> Límite inferior y superior de sucesiones de números reales.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Conoce las propiedades de límite inferior y superior	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2:</b> Práctica dirigida.	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea
10	<b>SESIÓN 1:</b> Conjuntos y funciones medibles.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Conoce conjuntos y funciones medibles.	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2:</b> Práctica dirigida.	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea
11	<b>SESIÓN 1:</b> Propiedades de aproximación de funciones medibles. Funciones simples.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Conoce las propiedades de aproximación.	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2:</b> Práctica dirigida.	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea
12	<b>SESIÓN 1:</b> Medida y espacio de medida.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Conoce los espacios de medida	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2: Tercera práctica calificada.</b>	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea
13	<b>SESIÓN 1:</b> La integral de Lebesgue de funciones simples y sus propiedades.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Aplica integral definida en problemas de aplicación	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2:</b> Practica Dirigida	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	Cuestionario en línea

14	<b>SESIÓN 1:</b> La integral de Lebesgue de funciones positivas: Convergencia monótona, Lema de Fatou.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Conoce el teorema de convergencia monótona y Lema de Fatou	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2:</b> Practica Dirigida	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	
15	<b>SESIÓN 1:</b> Funciones integrables: Teorema de convergencia dominada.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Integra en coordenadas polares	Cuestionario en línea
	<b>SESIÓN 2: Cuarta práctica calificada.</b>	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Resuelve ejercicios.	
16	<b>EXAMEN FINAL (EF)</b>			
17	<b>EXAMEN SUSTITUTORIO (ES)</b>			

## VI. METODOLOGÍA

La Universidad Nacional del Callao, Licenciada por la SUNEDU tiene como fin supremo la formación integral del estudiante, quien es el eje central del proceso educativo de formación profesional; es así como el Modelo Educativo de la UNAC implementa las teorías educativas constructivista y conectivista, y las articula con los componentes transversales del proceso de enseñanza–aprendizaje, orientando las competencias genéricas y específicas. Este modelo tiene como propósito fundamental la formación holística de los estudiantes y concibe el proceso educativo en la acción y para la acción. Además, promueve el aprendizaje significativo en el marco de la construcción o reconstrucción cooperativa del conocimiento y toma en cuenta los saberes previos de los participantes con la finalidad que los estudiantes fortalezcan sus conocimientos y formas de aprendizaje y prosperen en la era digital, en un entorno cambiante de permanente innovación, acorde con las nuevas herramientas y tecnologías de información y comunicación.

La Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la UNAC, en cumplimiento con lo dispuesto en la Resolución Viceministerial N°085-2020-MINEDU del 01 de abril de 2020, de manera excepcional y mientras duren las medidas adoptadas por el Gobierno con relación al estado de emergencia sanitario, se impartirá educación remota no presencial haciendo uso de una plataforma virtual educativa: espacio en donde se imparte el servicio educativo de los cursos, basados en tecnologías de la información y comunicación (TICs). La plataforma de la UNAC es el Sistema de Gestión Académico (SGA-UNAC) basado en Moodle, en donde los estudiantes, tendrán a su disposición información detallada del curso: el sílabo, la matriz formativa, ruta del aprendizaje, guía de entregables calificados, y los contenidos de la clase estructurados para cada sesión educativa. El SGA será complementado con las diferentes soluciones que brinda Google Suite for Education y otras herramientas tecnológicas multiplataforma.

Las estrategias metodológicas para el desarrollo de las sesiones teóricas y prácticas permiten dos modalidades de aprendizaje en los estudiantes:

### MODALIDAD SINCRÓNICA

Forma de aprendizaje basado en el uso de herramientas que permiten la comunicación no presencial y en tiempo real entre el docente y los estudiantes.

Dentro de la modalidad sincrónica, se hará uso de: Computadora, internet, programa Latex, WhatsApp, aplicativo Google Meet.

### MODALIDAD ASINCRÓNICA

Forma de aprendizaje basado en el uso de herramientas que posibilitan el intercambio de mensajes e información entre los estudiantes y el docente, sin interacción instantánea. Dentro de la modalidad asincrónica, se hará uso de: Plataforma institucional SGA, Correo institucional, WhatsApp, Lista de ejercicios, libros.

### ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE

Aula Virtual UNAC en Moodle, Google Meet, Google Drive.

## INVESTIGACIÓN FORMATIVA

Se promueve la búsqueda de artículos de investigación que sirven para elaborar una monografía sobre la aplicación de las herramientas matemáticas en la investigación en los espacios Lp. La exposición grupal de dicho trabajo permitirá conocer el nivel de desarrollo de las habilidades investigativas que ha logrado el estudiante.

## RESPONSABILIDAD SOCIAL (académica, ambiental, investigación, gestión)

La Universidad Nacional del Callao, dentro del ámbito educativo, hace frente a su función social respondiendo a las necesidades de transformación de la sociedad a nivel regional y nacional mediante el ejercicio de la docencia, la investigación y la extensión. En esa línea, la responsabilidad social académica de esa asignatura consiste en hacer conocer y difundir los trabajos de investigación formativa en las redes sociales.

## VII. MEDIOS Y MATERIALES (RECURSOS)

MEDIOS INFORMÁTICOS	MATERIALES DIGITALES
Computadora, Internet, correo electrónico, plataforma virtual, software educativo, pizarra digital.	Diapositivas de clase, texto digital, vídeos, tutoriales, enlaces web, artículos científicos

## VIII. SISTEMA DE EVALUACIÓN

- Evaluación diagnóstica: se debe realizar al inicio de ciclo para determinar los diferentes niveles de conocimientos previos con los que el estudiante llega al curso. Se sugiere usar un cuestionario en línea en base a bancos de preguntas.
- Evaluación formativa: es parte importante del proceso de enseñanza aprendizaje, es permanente y sistemático y su función principal es recoger información para retroalimentar y regular el proceso de enseñanza aprendizaje. Para garantizar el desarrollo de competencias, se sugiere usar recursos e instrumentos mixtos cuantitativos y cualitativos. Se debe trabajar en base a productos, como proyectos, análisis de casos, portafolios, ensayos, recursos audiovisuales, informes, guías, entre otros. Además, se sugiere usar como instrumentos de evaluación rúbricas, listas de cotejo, fichas de indagación, fichas gráficas, instrumentos de evaluación entre pares, entre otros.
- Evaluación sumativa: se establece en momentos específicos, sirve para determinar en un instante específico, el nivel del logro alcanzado, por lo general se aplica para determinar el nivel de conocimientos logrados. Para este tipo de evaluación, se aplica mayormente cuestionarios y pruebas objetivas en cualquier formato. Se sugiere usarse en un porcentaje mínimo dado que solo permiten la medición cuantitativa de los conocimientos.

## CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

La ponderación de la calificación será la siguiente:

Unidad	Evaluación (producto de Aprendizaje evaluados con nota)	Siglas	Peso	Instrumentode Evaluación
1,2	Promedio de evaluación de conocimiento	PC	0.7	Practica calificada
				Examen parcial
				Examen final
	Promedio de evaluación actitudinal	PA	0.1	Evaluación en las clases
	Investigación formativa	IF	0.15	Monografía y exposiciones
Responsabilidad social	RS	0.05	Publicaciones en redes sociales	
<b>TOTAL</b>			<b>1.00</b>	

Fórmula para la obtención de la nota final:

$$NF = (0.7) PC + (0.1) PA + (0.15) IF + (0.05) RS$$

### **REQUISITOS PARA APROBAR LA ASIGNATURA**

De acuerdo Reglamento General de Estudios de la Universidad Nacional del Callao, se tendrá a consideración lo siguiente:

- Participación activa en todas las tareas de aprendizaje.
- Asistencia al 70% como mínimo en la teoría y 80% a la práctica.
- La escala de calificación es de 00 a 20.
- El alumno aprueba si su nota final es 11
- Las evaluaciones son de carácter permanente.
- Las evaluaciones de las asignaturas son por unidades de aprendizaje.
- La nota de la unidad constituye una nota parcial y tiene un peso establecido en el sílabo. La nota final se obtiene con el promedio ponderado de las notas parciales.

## **IX. FUENTES DE INFORMACIÓN**

### **9.1. Fuentes Básicas**

Robert G. Bartle. The Elements of Integration and Lebesgue Measure. 1995. John Wiley & Sons. New York.

Gerald B. Folland. Real Analysis. Segunda edición. 1999. John Wiley. New York.

Glauco Valle Wladimir Neves. Teoría da medida, integração e probabilidade. 2014. Editora UFRJ. Río de Janeiro

### **9.2. Fuentes Complementarias**

Paul R. Halmos. Measure Theory. 1974. Springer-Verlag. Nueva York.

Carlos Isnard. Introdução à medida e integração. 2009. Proyecto Euclides. Río de Janeiro Impa.

### **9.3. Publicaciones del docente**

Plataforma institucional SGA

## **X. NORMAS DEL CURSO**

- Muestre comportamiento pertinente en correspondencia de la actividad académica que se desarrollará y una actitud proactiva para el desarrollo de su propio aprendizaje.
- Utilice buena redacción y gramática para redactar tus correos. Evita escribir con mayúscula sostenida porque se interpreta como si estuviera gritando.
- Utilice un lenguaje apropiado para no vulnerar los derechos de tus compañeros.
- Asiste en forma puntual a las clases.